

فصل ۱

درهم‌تنیدگی

۱-۱ ویژگی‌های سنجۀ درهم‌تنیدگی

در این بخش شرایطی را که کمیت E به عنوان یک سنجۀ خوب درهم‌تنیدگی باید داشته باشد، توضیح می‌دهیم. اما هنوز کاملاً مشخص نیست که آیا همهٔ این شرایط واقعاً شرط کافی (همچنین) شرط کافی هستند یا نه. در واقع بعضی از سنجه‌های درهم‌تنیدگی برای کاربردهای عملی مفیدند اما همهٔ شرایطی را که در ادامه می‌آیند، برآورده نمی‌کنند. مقدار سنجۀ E باید برای حالت‌های جدایی‌پذیر، صفر باشد و برای حالت‌های با بیشینهٔ درهم‌تنیدگی، مقدار بیشینه داشته باشد.

هر سنجۀ درهم‌تنیدگی، نباید تحت LOCC افزایش یابد، یعنی

$$E(\Lambda_{LOCC}[\rho]) \leq E(\rho). \quad (1-1)$$

هر سنجۀ درهم‌تنیدگی باید محدب باشد، یعنی

$$E\left(\sum_i p_i \rho_i\right) \leq \sum_i p_i E(\rho_i). \quad (2-1)$$

سنجۀ درهم‌تنیدگی باید پیوسته باشد، یعنی

$$\|\rho - \sigma\|_1 \rightarrow 0 \implies |E(\rho) - E(\sigma)| \rightarrow 0. \quad (3-1)$$

در معادلهٔ (۳-۱) $\|\dots\|_1$ ردّ هنجار^۱ است و به صورت

$$\|M\| \equiv \text{Tr} \sqrt{MM^\dagger}, \quad (4-1)$$

تعریف می‌شود.

¹Trace norm

سنجه درهم‌تنیدگی باید جمع‌پذیر^۱ باشد، یعنی مقدار سنجه برای n کپی یکسان از حالت ρ باید برابر باشد با n برابر مقدار آن برای حالت ρ :

$$E(\rho^{\otimes n}) = nE(\rho). \quad (۵-۱)$$

سنجه درهم‌تنیدگی باید زیرجمع‌پذیر^۲ باشد، یعنی مقدار سنجه برای ضرب تانسوری دو حالت ρ و σ باید کوچک‌تر از جمع مقدار درهم‌تنیدگی دو حالت باشد: از حالت ρ باید برابر باشد با n برابر مقدار آن برای حالت ρ :

$$E(\rho \otimes \sigma) \leq E(\rho) + E(\sigma). \quad (۶-۱)$$

^۱Additivity

^۲Subdditivity