

فصل ۱

استنباط بیزی درباره شاخص عملکرد طول عمر بر اساس داده های فزاینده نوع ۲ در توزیع وایبل

۱.۱ معرفی توزیع وایبل

توزیع وایبل در زمینه های گوناگونی از موارد کاربردی مورد استفاده قرار می گیرد، مخصوصاً به عنوان یک مدل مناسب برای مدل بندی طول عمر محصولات در صنعت شناخته می شود. این توزیع همچنین به عنوان توزیع فرسودگی، شکنندگی و استحکام مواد مورد استفاده قرار گرفته است. توزیع وایبل یکی از سه توزیع مقدار فرین حدی^۱ برای مثال، استحکام یک زنجیر دراز (یا زمان خرابی یک سیستم به صورت سری) برابر زمان خرابی ضعیفترین حلقه زنجیر یا مؤلفه است. همچنین نیروی شکنندگی یک سرامیک به وسیله ضعیفترین ترک حاصل اندازه گیری می شود. اگر یک دستگاه شامل اجزای زیادی باشد که توزیع زمان خرابی آنها یکسان باشند، آنگاه اگر با از کار افتادن یک جزء از این دستگاه، کل دستگاه از کار بیافتد آنگاه توزیع وایبل می تواند یک توزیع مناسب برای چنین دستگاهی باشد. برای مثال یک خازن^۲ را در نظر بگیرید که با از کار افتادن یکی از عایقها خازن از کار می افتد، لذا طول عمر خازن وابسته به طول عمر ضعیفترین جزء آن است.

توزیع وایبل از نام یکی از فیزیکدانان اهل سوئد به نام والودی وایبل^۳ گرفته شده است که در سال ۱۹۳۹ از این توزیع برای مدل بندی توزیع استحکام شکست مواد^۴ استفاده کرد. چون این توزیع یکی از سه توزیع مقدار فرین حدی است که توسط دندکو (۱۹۴۳) ارائه شده است، به همین دلیل در برخی متون آماری

^۱ نوع سوم از توزیع های حدی مینیمم (بین و انگلهارت ترجمه دکتر مشکانی (۱۳۸۴))

^۲ capacitor

^۳ Waloddi Weibull

^۴ breaking strength of materials

روسی این توزیع با نام وایبل-ندنکو^۵ به کار می رود.
توزیع وایبل^۶ با پارامتر مقیاس^۷ $\theta > 0$ و پارامتر شکل^۸ $\beta > 0$ دارای تابع چگالی و توزیع تجمعی به شکل زیر است. f
$$x(x; \lambda, \beta) = \frac{\beta}{\lambda} \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{\beta-1} \exp\left\{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^\beta\right\}, \quad x > 0,$$
$$F_X(x; \lambda, \beta) = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^\beta\right\}, \quad x > 0,$$

^۵Weibull-Gnedenko

^۶Weibull

^۷scale parameter

^۸shape parameter