راهنمای استفاده از

du-thesis (Version 01Feb2011)

برای حروفچینی پایان‌نامه در قالب مورد پذیرش تحصیلات تکمیلی دانشگاه دامغان

مرتضی ابطحی

۲۲ شهریور ۱۳۹۴

۱ دریافت کمک

۲ روش سری مودال برای حل دسته ای از مسایل کنترل بهینه غیرخطی با افق زمانی متناهی

در این فصل، با توسعه روش سری مودال برای حل مسایل مقدار مرزی غیرخطی، رویکرد جدیدی برای حل مساله کنترل بهینه با افق زمانی متناهی ارایه می‌دهیم. بر اساس روش سری مودال، متغیر حالت و قانون کنترل بهینه به فرم سری‌هایی با همگرایی یکنواخت به‌دست می‌آیند. علاوه بر این، پاسخ بهینه تنها با حل دنباله‌ای از مسایل مقدار مرزی خطی نامتغیر با زمان حاصل میشود. همچنین، با استفاده از تعداد محدودی از جملات سری‌های مربوطه، پاسخ‌هایی به فرم بسته برای متغیر حالت و قانون کنترل زیر ـ بهینه به‌دست میآیند.

این فصل به صورت زیر تنظیم شده است. بخش ؟؟به بیان صورت مساله کنترل بهینه پرداخته است. در بخش ؟؟، بر اساس روش سری مودال، یک استراتژی جدید طراحی کنترل بهینه برای سیستمهای غیرخطی پیشنهاد شده است. در بخش ؟؟، همگرایی یکنواخت پاسخهای بهدست آمده بر مبنای روش سری مودال به پاسخ بهینه مورد بحث وبررسی قرارگرفته است. پیاده سازی کاربردی روش پیشنهادی، که منجر به طراحی کنترل زیر ـ بهینه می‌شود، در بخش؟؟، مورد توجه قرار گرفته است. در نهایت، کارایی روش پیشنهادی با حل چند مثال عددی در بخش ؟؟ نشان داده شده است.

۱.۲ بیان صورت مساله

مساله کنترل بهینه غیرخطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\min J = \frac{۱}{۲}\sum_{k=۰}^{N}[x^T(k)Qx(k) + u^T(k)Ru(k)]$$

$$s.t. \qquad (۱)$$

$$\begin{cases} \text{x(k+۱)=F(x(k))+G(x(k))u(k)، k} \in I_+ = ۰, ۱, ۲, \ldots \\ \text{x(۰)=x}_۰, \qquad x(N) = x_f \end{cases}$$

که در آن $x \in^n$ و $u \in^m$ به‌ترتیب بردارهای حالت و کنترل هستند، $F :^n \to^n$ یک تابع برداری غیرخطی هموار، $G :^n \to^{n\times m}$ یک نگاشت غیرخطی هموار، $x_۰ \in^n$ و $x_f \in^n$ به‌ترتیب حالت اولیه و نهایی معلوم، $Q \in^{n\times n}$ و $R \in^{m\times m}$ به‌ترتیب ماتریس‌های نیمه‌معین مثبت و معین مثبت می‌باشند. بدون از دست دادن عمومیت مساله فرض کنید $F(۰) = ۰$ باشد. هدف، یافتن یک قانون کنترل $u^*(k)$

است بطوریکه سیستم غیرخطی داده شده را از حالت اولیه $x_۰$ در لحظه $k = ۰$ به حالت نهایی x_f در لحظه $k = N$ برده، همچنین تابعی معیار داده شده حداقل شود.

بر اساس اصل حداقل‌یابی پونتریاگین، شرایط بهینگی برای مساله کنترل بهینه ؟؟ به‌فرم زیر خواهد بود:

$$\begin{cases} x(k+۱) = F(x(k)) - G(x(k))R^{-۱}G^T(x(k))p(k+۱) \\ p(k) = Qx(k) + (\frac{\partial F(x(k))}{\partial x(k)})^T p(k+۱) \\ \quad - \begin{bmatrix} \mathrm{p}^T(k+۱)\frac{\partial G(x(k))}{\partial x_۱(k)}R^{-۱}G^T(x(k))p(k+۱) \\ \vdots \\ \mathrm{p}^T(k+۱)\frac{\partial G(x(k))}{\partial x_n(k)}R^{-۱}G^T(x(k))p(k+۱) \end{bmatrix} \\ x(۰) = x_۰, \qquad x(N) = x_f \end{cases} \qquad (۲)$$

که $p \in R^n$ بردار کمک‌ـحالت بوده، و $x_i(k)$ درایه i ـام بردار $x(k)$ می‌باشد. همچنین، قانون کنترل بهینه به‌صورت زیر است:

$$u^*(k) = -R^{-۱}G^T(x(k))p(k+۱), \quad k \in [۰, N] \qquad (۳)$$

اجازه دهید توابع $\Psi(x(k), p(k+۱))$ و $\overline{\Psi}(x(k), p(k+۱))$ را به شکل زیر تعریف کنیم:

$$
\begin{cases}
\Psi(x(k),p(k+1)) = F(x(k)) - G(x(k))R^{-1}G^T(x(k))p(k+1) \\
\overline{\Psi}(x(k),p(k+1)) = Qx(k) + (\dfrac{\partial F(x(k))}{\partial x(k)})^T p(k+1) \\
\qquad - \begin{bmatrix} \mathrm{p}^T(k+1)\dfrac{\partial G(x(k))}{\partial x_1(k)}R^{-1}G^T(x(k))p(k+1) \\ \vdots \\ \mathrm{p}^T(k+1)\dfrac{\partial G(x(k))}{\partial x_n(k)}R^{-1}G^T(x(k))p(k+1) \end{bmatrix}
\end{cases} \tag{۴}
$$

از آنجاییکه F و G هموار فرض شده‌اند، $\Psi: {}^n \times {}^n \to {}^n$ و $\overline{\Psi}: {}^n \times {}^n \to {}^n$ توابع برداری همواری خواهند بود. بر اساس تعریف ؟؟، مساله مقدار مرزی غیرخطی ؟؟ به فرم فشرده زیر قابل بازنویسی است:

$$
\begin{cases}
x(k+1) = \Psi(x(k),p(k+1)) \\
p(k) = \overline{\Psi}(x(k),p(k+1)) \\
x(0) = x_0, \quad x(N) = x_f
\end{cases} \tag{۵}
$$

متاسفانه مساله ؟؟یک مساله مقدار مرزی غیرخطی است که در حالت کلی به‌طور تحلیلی قابل حل نمی‌باشد. برای حل این مشکل، در ادامه این فصل، به توسعه روش سری مودال برای حل مساله مقدار مرزی غیرخطی ؟؟می‌پردازیم.

۲.۲ استراتژی طراحی کنترل بهینه به روش سری مودال

در اولین گام از روش سری مودال برای حل مساله مقدار مرزی غیرخطی ؟؟، به بسط سری تیلور جملات غیرخطی غیرچندجمله ای نیاز خواهیم داشت. بنابراین، اگر Ψ و $\overline{\Psi}$ در شامل جملات غیر چند جمله ای باشند، باید به‌صورت سری تیلور حول نقطه تعادل $(x^\circ, p^\circ) = (0,0)$ بسط داده شوند. این کار منجر به روابط زیر می‌شود:

$$
x(k+1) = \frac{\partial \Psi}{\partial x(k)}\Big|_{\substack{x=0\\p=0}} x(k) + \frac{\partial \Psi}{\partial p(k+1)}\Big|_{\substack{x=0\\p=0}} p(k+1) + \frac{1}{2!}\Bigg[\ \mathrm{x}^T(k) \ \text{موفق نباشید}
$$