



فصل ۱

مروری بر مطالب مورد نیاز

۱-۱ مقدمه

در این فصل ابتدا به بیان مفاهیم پایه‌ای مورد نیاز، شامل مباحثی از جبر خطی، آنالیز محدب و بهینه‌سازی می‌پردازیم. سپس به طور خلاصه دو الگوریتم کارای موجود برای حل زیر مساله ناحیه اعتماد در ابعاد بزرگ را شرح می‌دهیم.

۲-۱ مقدماتی از جبر خطی

تعریف ۱-۲-۱. فرض کنید S یک زیر فضای برداری از \mathbb{R}^n باشد. فضای مکمل متعامد S که با S^\perp نشان می‌دهیم، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S^\perp = \{y \in \mathbb{R}^n | y^T x = 0, \forall x \in S\}.$$

یک نتیجه مهم در جبر خطی بیان می‌کند به ازای هر ماتریس $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ [۱]:

$$1. N(A) = R(A^T)^\perp$$

$$2. R(A) = N(A^T)^\perp$$

۱-۲-۱ مقادیر ویژه و بردارهای ویژه

قضیه زیر کوچکترین و بزرگترین مقدار ویژه ماتریس متقارن A را به صورت یک مساله بهینه‌سازی بیان می‌کند. **قضیه ۲-۲-۱ ([۱]).** فرض کنید $\lambda_{\min}(A)$ و $\lambda_{\max}(A)$ به ترتیب کوچکترین و بزرگترین مقدار ویژه ماتریس متقارن A باشند، آنگاه

$$\lambda_{\min}(A) = \min_{s.t. \|x\|^2 = 1} x^T A x$$

$$\lambda_{\max}(A) = \max_{s.t. \|x\|^2 = 1} x^T A x$$

به علاوه فرض کنید x^* جواب بهینه هر یک از مسائل فوق باشد، آنگاه x^* بردار ویژه نرمال شده متناظر است. \square