

دانشگاه تربیت مدرس

دانشکده علوم ریاضی

پایان نامه دوره کارشناسی ارشد

تشخیص پذیری برخی گروههای متناهی با استفاده از گراف درجه سرشت و مرتبه

توسط

استاد راهنما

دکتر

تهران- بهمن ۱۳۹۸

تقدیم به

پدر و مادر مهربانم

و همسر گرامی و فرزند عزیزم.

قدردانی

پروردگارم تو را سپاس می گویم، که به لطف بی انتهای مریاری کردی.

تهران - بهمن ۱۳۹۸

چکیده

فهرست مندرجات

ج	فهرست جداول
د	لیست اشکال
۱	پیشگفتار
۲	۱ نمادگذاری، تعاریف و نتایج مقدماتی
۲	۱.۱ نمادگذاری و تعاریف مقدماتی در نظریه گروها
۳	۲ گروهای ساده متناهی
۳	۱.۲ معرفی گروهای ساده متناهی
۴	۳ تشخیص پذیری گروهای متناهی
۵	۱.۳ تشخیص پذیری برخی از گروهای $L_T(q)$ توسط کراف درجه سرشت و مرتبه
۶	کتاب نامه
۹	آ گروهای ساده
۹	۱.آ گروهای ساده پراکنده

ب

واژه‌نامه فارسی به انگلیسی

فهرست مندرجات

۱۰

فهرست جداول

لیست اشکال

پیش‌گفتار

مسئله تشخیص پذیری، یکی از مسائل مهم تحقیقاتی در ریاضیات می‌باشد و به‌روزه تشخیص پذیری های گوناگونی بر اساس مفاهیم موجود در یک شاخه معینی از ریاضیات معرفی می‌شوند.

فصل ۱

نمادگذاری، تعاریف و نتایج مقدماتی

در اینجا تلاش خواهیم کرد تعاریف و نمادگذاری مورد نیاز در این پایان نامه را معرفی کنیم. نمادگذاری به کار گرفته شده استاندارد بوده و تعاریف نیز در اغلب کتب درسی قابل دسترسی است. با این وجود برای راحتی کار و یادآوری مطالب و نیز به سبب بودن نتایج این تعاریف و نمادگذاری ارائه شده اند. از طرف دیگر برای مختصر نویسی از معرفی نمادها و تعاریف مقدماتی که کلاشناخته شده اند صرف نظر شده است. برخی از مراجع مورد استفاده در این خصوص عبارتند از [۲۰] و [۲۹]. از آنجایی که ما موضوعات نظریه گروه و نظریه کراف را به عنوان مورد مطالعه قرار خواهیم داد مناسب به نظری رسد تعاریف و نمادگذاری لازم را به شکل دو بخش جداگانه ارائه می‌دهیم. لذا کار را با معرفی برخی از مفاهیم و نمادها در نظریه گروهها شروع می‌کنیم.

۱.۱ نمادگذاری و تعاریف مقدماتی در نظریه گروهها

فصل ۲

گروههای ساده متناهی

۱.۲ معرفی گروههای ساده متناهی

فصل ۳

تست پذیري گروه‌هاي متناهي

۱.۳ تشخیص پذیری برخی از گروههای $L_3(q)$ توسط گراف درجه سرشت و مرتبه

کتاب نامه

- [1] Conway, J. H.; Curtis, R. T.; Norton, S. P.; Parker, R. A.; Wilson, R. A. Atlas of finite groups. Maximal subgroups and ordinary characters for simple groups. With computational assistance from J. G. Thackray. Oxford University Press, Eynsham, 1985.
- [2] Huppert, Bertram. Character theory of finite groups. De Gruyter Expositions in Mathematics, 25. Walter de Gruyter & Co., Berlin, 1998.
- [3] Isaacs, I. Martin. Character theory of finite groups. Corrected reprint of the 1976 original [Academic Press, New York]. Dover Publications, Inc., New York, 1994.
- [4] Isaacs, I. M. Character degree graphs and normal subgroups. Trans. Amer. Math. Soc. 356 (2004), no. 3, 1155–1183.
- [5] Jiang, Qinhui; Shao, Changguo. Recognition of $L_2(q)$ by its group order and largest irreducible character degree. Monatsh. Math. 176 (2015), no. 3, 413–422.
- [6] Khosravi, Behrooz; Khosravi, Behnam; Khosravi, Bahman. Recognition of $\text{PSL}(2, p)$ by order and some information on its character degrees where p is a prime. Monatsh. Math. 175 (2014), no. 2, 277–282.
- [7] Khosravi, Behrooz; Khosravi, Behnam; Khosravi, Bahman. Some extensions of $\text{PSL}(2, p^2)$ are uniquely determined by their complex group algebras. Comm. Algebra 43 (2015), no. 8, 3330–3341.
- [8] Khosravi, Behrooz; Khosravi, Behnam; Khosravi, Bahman; Momen, Zahra. A new characterization for the simple group $\text{PSL}(2, p^2)$ by order and some character degrees. Czechoslovak Math. J. 65(140) (2015), no. 1, 271–280.

- [9] Khosravi, Behrooz. Groups with the same orders and large character degrees as $\text{PGL}(2, 9)$. *Quasigroups Related Systems* 21 (2013), no. 2, 239–243.
- [10] Khosravi, Behrooz; Khosravi, Behnam; Khosravi, Bahman; Momen, Zahra. Recognition by character degree graph and order of simple groups of order less than 6000. *Miskolc Math. Notes* 15 (2014), no. 2, 537–544.
- [11] Khosravi, Behrooz; Khosravi, Behnam; Khosravi, Bahman; Momen, Zahra. Recognition of some simple groups by character degree graph and order. *Math. Rep. (Bucur.)* 18(68) (2016), no. 1, 51–61.
- [12] Khosravi, Behrooz; Khosravi, Behnam; Khosravi, Bahman; Momen, Zahra. Recognition of the simple group $\text{PSL}(2, p^2)$ by character degree graph and order. *Monatsh. Math.* 178 (2015), no. 2, 251–257.
- [13] Kleidman, Peter; Liebeck, Martin. The subgroup structure of the finite classical groups. *London Mathematical Society Lecture Note Series*, 129. Cambridge University Press, Cambridge, 1990.
- [14] Liu, Shitian. OD-characterization of some alternating groups. *Turkish J. Math.* 39 (2015), no. 3, 395–407.
- [15] Liu, Shitian; Xie, Yunxia. A characterization of $L_4(3)$ by nse. *Math. Rep. (Bucur.)* 17(67) (2015), no. 3, 327–335.
- [16] Lewis, Mark L. An overview of graphs associated with character degrees and conjugacy class sizes in finite groups. *Rocky Mountain J. Math.* 38 (2008), no. 1, 175–211.
- [17] Lewis, Mark L.; White, Donald L. Nonsolvable groups with no prime dividing three character degrees. *J. Algebra* 336 (2011), 158–183.
- [18] Manz, O.; Staszewski, R.; Willems, W. On the number of components of a graph related to character degrees. *Proc. Amer. Math. Soc.* 103 (1988), no. 1, 31–37.
- [19] Manz, Olaf; Wolf, Thomas R. Representations of solvable groups. *London Mathematical Society Lecture Note Series*, 185. Cambridge University Press, Cambridge, 1993.

- [20] West, Douglas B. Introduction to graph theory. Prentice Hall, Inc., Upper Saddle River, NJ, 1996. 2
- [21] White, Donald L. Degree graphs of simple groups. Rocky Mountain J. Math. 39 (2009), no. 5, 1713–1739.
- [22] White, Donald L. Degree graphs of simple linear and unitary groups. Comm. Algebra 34 (2006), no. 8, 2907–2921.
- [23] Xu, Haijing; Chen, Guiyun; Yan, Yanxiong. A new characterization of simple K_3 -groups by their orders and large degrees of their irreducible characters. Comm. Algebra 42 (2014), no. 12, 5374–5380.
- [24] Xu, Haijing; Yan, Yanxiong; Chen, Guiyun. A new characterization of Mathieu-groups by the order and one irreducible character degree. J. Inequal. Appl. 2013, 2013:209, 6 pp.
- [25] Zavarnitsine, A. V. Finite simple groups with narrow prime spectrum. Sib. Èlektron. Mat. Izv. 6 (2009), 1–12.
- [26] Zhang, Runshi; Liu, Shitian. A characterization of linear groups $L_3(q)$ by their character degree graphs and orders. Bol. Soc. Mat. Mex. (3) 24 (2018), no. 1, 123–131.

[۲۷] درفشه، محمدرضا؛ گروههای خطی؛ موسسه انتشارات و چاپ دانشگاه تهران؛ (۱۳۷۷).

[۲۸] درفشه، محمدرضا؛ نمایش و سرشت گروه؛ مرکز نشر دانشگاهی تهران؛ (۱۳۸۱).

[۲۹] جمالی، علیرضا؛ مباحثی در نظریه گروهها؛ انتشارات مبتکران؛ (۱۳۸۰). ۲

[۳۰] فقیهی، احمد؛ مبانی جبر؛ انتشارات پوران پژوهش؛ (۱۳۹۳).

پیوست آ

گروههای ساده

۱.آ گروههای ساده پراکنده

واژه‌نامه فارسی به انگلیسی

Centerless	بدون مرکز
Uniquely Determined	به طوریکه مشخص می‌شود
Irreducible	تحویل‌ناپذیر
Characterizable	تخصیص‌پذیر
Recognition	تخصیص‌پذیری
Wreath Product	حاصلضرب حالتی
Semidirect Product	حاصلضرب نیم مستقیم
Automorphism	خودنمایی
Clique	خوشه
Isolated Vertex	رأس انزوله
Classification	رده‌بندی
Subgraph	زیرگراف
Elementary Abelian Subgroup	زیرگروه آبدی مقدماتی
Characteristic Subgroup	زیرگروه مشخص
Hall Subgroup	زیرگروه هال
Constituent	سازه
Chief Series	سری اصلی
Composition Series	سری ترکیبی
Subnormal Series	سری زیرنرمال
Chief Factor	عامل اصلی
Composition Factor	عامل ترکیبی

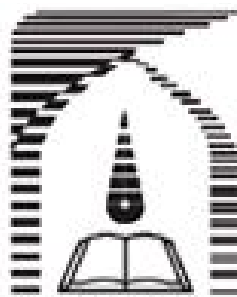
Character Degree Graph	گراف درجه سرشت
Solvable Group	گروه حل پذیر
Special Linear Group	گروه خطی خاص
General Linear Group	گروه خطی عام
Simple Group	گروه ساده
Frobenius Group	گروه فروبنیوس
Inertia Group	گروه نختی
Simple Group	گروه ساده
Distinct	متمايز
Disjoint	مجزا
Adjacent	مجاور
Conjugate	مزدوج
Prime Divisor	مقسوم علیه اول
Connected Component	مولفه بهمبندی
Edge	يال

Abstract

The character degree graph of a finite group G is the graph whose vertices are the prime divisors of the irreducible character degrees of G and two distinct vertices p and q are joined by an edge if pq divides some irreducible character degree of G .

In this thesis, we first prove that some finite simple groups are uniquely determined by their character degree graphs and their orders. Next, we study the characterizability of the projective special linear group $L_3(9)$ by its character degree graph and order.

Key Words: finite simple group, irreducible character, character degree graph, order of group.



T. M. U.

Title

A Thesis Presented for the Degree of
Master in Statistics

Faculty of Mathematical Sciences

Tarbiat Modares University

by

Surname Fatemeh

Supervisor

Supervisor

February 2015