چکیده

در سال‌های اخیر گروه‌های تجربی بزرگ برای پاسخ به پرسشی که به معمای اسپین معروف است، آزمایش‌های متعددی انجام داده‌اند و برای محاسبه توابع توزیع پارتونی نتایج آن در اختیار پژوهشگران قرار گرفته است. در این میان بررسی توابع توزیع تکانه عرضی (TMD) موضوع نسبتا جدیدتری محسوب می‌شود. در این پایان‌نامه توجه خود را به بررسی ساختار عرضی هادرون‌ها با استفاده از مدل پدیده‌شناسی معطوف می‌کنیم. از این‌رو ابتدا به محاسبه ساده‌ترین عنصر TMD ها یعنی $Transversity$ در تقریب اختلالی NLO در پروتون می‌پردازیم. آنگاه نتایج حاصل را با پیش‌بینی گروه‌های دیگر برازش داده و همچنین با داده‌های تجربی موجود مقایسه می‌کنیم.

در ادامه این بررسی تابع ساختار اسپینی عرضی $g_2(x,Q^2)$ را مدنظر قرار می‌دهیم. سهم $twist-2$ آن یعنی g_2^{ww} به سادگی در مدل ولون قابل محاسبه است. یک روش ساده برای تعیین سهم $twist-3$ تابع $\bar{g}_2(x,Q^2)$ در فضای ملین وجود دارد. بنابراین با استفاده از این روش تابع ساختار اسپینی عرضی $g_2(x,Q^2)$ را برای پروتون، نوترون و دوترون به‌دست می‌آوریم. سپس با توجه به داده‌های جدید، تابع ساختار اسپینی عرضی $g_2^{^3He}(x,Q^2)$ را نیز محاسبه می‌کنیم. سرانجام نتایج خود را با داده‌های تجربی موجود مورد بررسی قرار می‌دهیم؛ که شاهد تطابق خوبی بین آن‌ها هستیم.

کلمات کلیدی: توابع توزیع پارتونی، مدل ولون، ساختار عرضی هادرون‌ها

فهرست مطالب

فهرست تصاویر

فهرست جداول

پیشگفتار

سلام.

فصل ۱

معادله تحول سیستم های کوانتومی

پیشگفتار

عععععععع

۱-۱ س QCS

سیستم [1] می توان به صورت زیر بیان کرد:(؟؟)

$$i\frac{\partial}{\partial t}|\Psi\rangle_{SE} = H(t)|\Psi(t)\rangle_{SE} \tag{۱-۱}$$

کل می باشد و در رابطه زیر صدق میکند:

$$H(t) = H_S(t) \otimes I + I \otimes H_E(t) \tag{۲-۱}$$

[1] interaction picture

همانطور :

$$|\Psi(t)\rangle_{SE} = U(t,t_\circ)|\Psi(t_\circ\rangle_{SE} \tag{۱-۳}$$

(۱-۳) در (۱-۱)میتوان نتیجه گرفت:

$$i\frac{\partial}{\partial t}U(t,t_\circ)_{SE} = H(t)U(t,t_\circ)_{SE} \tag{۱-۴}$$

با شرط اولیه $U(t,t_\circ)_{SE} = I$، از رابطه (۱-۳)و (۱-۴) می توان نتیجه گرفت:

$$U^\dagger(t,t_\circ)_{SE}U(t,t_\circ)_{SE} = U(t,t_\circ)_{SE}U^\dagger(t,t_\circ)_{SE} = I \tag{۱-۵}$$

رابطه (۱-۵)یکانی بودن تحول $U(t,t_\circ)_{SE}$ را اثبات می کند. در نتیجه:

$$U(t,t_\circ)_{SE} = T_{\leftarrow}exp[-i\int_{t_\circ}^{t} dsH(s)] \tag{۱-۶}$$

که T ا. با توجه به رابطه (۱-۲) میتوان نتیجه گرفت:

$$U(t,t_\circ)_{SE} = U(t,t_\circ)_S \otimes U(t,t_\circ)_E \tag{۱-۷}$$

کار میکنیم و تحول آنرا مورد بررسی قرار می دهیم:

$$\rho_{SE}(t) = U(t,t_\circ)_{SE}\rho_{SE}(t_\circ)U^\dagger(t,t_\circ)_{SE} \tag{۱-۸}$$

که در رابطه در تمامی زمانها این خاصیت بر قرار است:

$$\begin{aligned} \rho_{SE}(t) &= (U(t,t_\circ)_S \otimes U(t,t_\circ)_E)\rho_{SE}(t_\circ)(U^\dagger(t,t_\circ)_S \otimes U^\dagger(t,t_\circ)_E) \\ &= (U(t,t_\circ)_S\rho_S(t_\circ)U^\dagger(t,t_\circ)_s) \otimes (U(t,t_\circ)_E\rho_E(t_\circ)U^\dagger(t,t_\circ)_E) \\ &= \rho_S(t)\otimes\rho_E(t) \end{aligned} \tag{۱-۹}$$

به بیان دیگر در تمامی لحظات تحول ماتریس کاهش یافته سیستم مستقل از محیط می باشد که همان مفهوم سیستم کوانتومی بسته است اما نکته قابل اهمیت اینست ها[۲] می باشد که در فصل های بعدی توضیح بیشتری در این خصوص می دهیم :

$$U_S(t,t_\circ) = U_S(t)U_S(t_\circ) \tag{۱-۱۰}$$

خاصیت فوق بدان معناست که تحول در لحظه ی t تنها به وسیله ی زمان $t_\circ$ مشخص میشود و نه زمان دیگری. در واقع خاصیت فوق بر طبق قضیه ی استونز[۳] منجر به رابطه (۱-۶) می شود .

۱-۱-۱ معادله تحول فون-لیویل یا نیومن

ت آوردن معادله تحول ابتدا ماتریس چگالی سیستم در زمان اولیه $t_\circ$ را به فرم کلی زیر در نظر می گیریم که در واقع مخلوطی از حالتهای ممکن با احتمالات گوناگون می باشد:

$$\rho(t_\circ) = \sum_\alpha \omega_\alpha |\psi_\alpha(t_\circ)\rangle\langle\psi_\alpha(t_\circ)| \tag{۱-۱۱}$$

[۲] semigroup
[۳] stone's theorem

که $\omega_\alpha \geq 0$ احتمال وقوع هر کدام از حالتها استفاده از رابطه(۱-۸) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \rho_{SE}(t) &= \sum_\alpha \omega_\alpha U(t,t_0)|\psi_\alpha(t_0)\rangle\langle\psi_\alpha(t_0)|U^\dagger(t,t_0) \\ &= U(t,t_0)\rho(t_0)U^\dagger(t,t_0) \end{aligned} \tag{۱-۱۲}$$

با گرفتن مشتق زمانی از رابطه (۱-۱۲) خواهیم داشت:

$$\frac{d}{dt}\rho(t) = -i[H(t),\rho(t)] \tag{۱-۱۳}$$

که $[A,B] = aB - BA$ و $H(t)$.شامل فقط هامیلونی سیستم میباشد (۱-۱۳)به معادله تحول فون نیومن لیویل یا فون نیومن[۴] معروف است. که به صورت زیر هم می تواند نمایش داده شود:

$$\frac{d}{dt}\rho(t) = \mathcal{L}(t)\rho(t) \tag{۱-۱۴}$$

که $\mathcal{L}(t)$ ابراپراتور لیویل است و علت پسوند ابر روی این اپراتور به این دلیل است که این اپراتور روی ماتریس چگالی اثر می کند.

۱-۲ QOSسز

در دنیای واقعی نمی توان اثرات برهمکنش محیط و سیستم را برای تمامی سیستم های کوانتومی ناچیز در نظر گرفت و این برهمکنش بسیار مؤثر در تحول سیستمهاید: **انواعی:**
یک نگاشت خطی[۵] $\mathcal{E} : \mathcal{M}_n \to \mathcal{M}_m$ نامیده می شود:

- **مثبت**[۶] اگر $\mathcal{E}(\chi) \in \mathcal{M}_m^+$به ازای هر $\chi \in \mathcal{M}_n^+$

[۴] Von Neumann or Liouville-von Neumann
[۵] Linear map
[۶] positive

- **کاملا مثبت** [۷] اگر $(\mathbb{1}\otimes\mathcal{E})\geq 0$ برای هر $k\in\mathbb{N}$

- **رد نگهدار** [۸] اگر $Tr(\mathcal{E}(\chi))=Tr(\chi)$ برای هر $\chi\in\mathcal{M}_n$

- **یکانی** [۹] اگر $\mathcal{E}(\mathbb{1})=\mathbb{1}$.

۱-۲-۱ نلی

نگاشتی را خطی می نامند که ماتریس چگالی ρ را به یک ماتریس چگالی دیگر $\acute{\rho}$ بنگارد، یعنی:

$$\mathcal{E}(\rho)=\acute{\rho} \tag{۱-۱}$$

که تحت این نگاشت خطی:

هرمیتی باشد $\acute{\rho}=\acute{\rho}^{\dagger}$

مثبت باشد (دارای ویژه مقادیر مثبت با توجیه فیزیکی) $\acute{\rho}(t)\geq 0$

رد نگهدار باشد یعنی احتمال حفظ شود $Tr(\rho)=Tr(\acute{\rho})=1$

اگر در اثر این نگاشت خاصیت مثبت بودن برای زیر فضاهای ماتریس چگالی حفظ شود نگاشت را کاملا مثبت : می گوییم. به بیان دیگر

$$(\mathcal{E}\otimes\mathbb{1})\rho_{AB}=\acute{\rho}_{AB} \tag{۲-۱}$$

[۷] completely positive
[۸] trace− preserving
[۹] unital

که $\acute{\rho}_{AB}$ باز هم مثبت است.

۱-۲-۲ قضیه کراوس

بر طبق این قضیه [۱۰] یک نگاشت خطی $\mathcal{E}$ کاملا مثبت است اگر و فقط اگر در نمایش کراوس صدق کند یعنی:

$$\mathcal{E}(\rho) = \sum_{i,j} K_i \rho K_j \tag{۱-۳}$$

و همچنین $\mathcal{E}$ رد نگهدار [۱۱] و یکانی [۱۲] است اگر و فقط اگر:

$$\sum_i K_i^\dagger K_i = \mathbb{1} \tag{۱-۴}$$

که حداکثر تعداد این اپراتورها برای فضایشان مثبت است. در حالت کلی هر نگاشت کاملا مثبت الزاما رد نگهدار نیست یعنی:

$$\sum_i K_i^\dagger K_i \leq \mathbb{1} \tag{۱-۵}$$

[۱۰] Kraus theorem
[۱۱] trace preserving
[۱۲] unital

۱-۲-۳ قضیه

نگاشت $\mathcal{E}(\rho)$ در نمایش کراوس صدق میکند اگر و فقط اگر سیستم و محیط در لحظه اولیه از هم جدا باشند یعنی همبستگی [۱۳] اولیه بین آنها کاملا صفر باشد یعنی:

$$\rho_{SE}(t_\circ) = \rho_S(t_\circ) \otimes \rho_E(t_\circ) \tag{۱-۶}$$

در این حالت برای هر $\rho_S(t_\circ)$ دلخواه و $\rho_E(t_\circ)$ ثابت، نگاشت CP برقرار می باشد.
اثبات:
اگر در لحظه اولیه همبستگی بین سیتم و محیط صفر باشد، میتوان حالت اولیه محیط را به صورت خالص برای هر حالت دلخواه $\rho_S(t_\circ)$ در نظر گرفت:

$$\rho_E(t_\circ) = |\phi\rangle\langle\phi|$$

بنابراین تحت نگاشت:

$$\mathcal{E}(\rho_{SE}) = U(t,t_\circ)\rho_S(t_\circ) \otimes |\phi\rangle\langle\phi| U^\dagger(t,t_\circ) \tag{۱-۵}$$

برای محاسبه ماتریس کاهش یافته سیستم کافیست روی محیط رد بگیریم یعنی:

$$\rho_S(t) = Tr_E(\rho_{SE}(t))$$

تریس چگالی محیط $|e_i\rangle$ باشد $(\sum |e_i\rangle\langle e_i|)$ داریم:

[۱۳] correlation

$$\begin{aligned} \rho_S(t) &= \sum_i \langle e_i|U(t,t_\circ)\rho_S(t_\circ)\otimes|\phi\rangle\langle\phi|U^\dagger(t,t_\circ)|e_i\rangle \\ &= \sum_i K_i\rho_S(t_\circ)K_i^\dagger \end{aligned} \qquad (۱-۵)$$

که

$$K_i = \langle e_i|U(t,t_\circ)|\phi\rangle \qquad (۱-۴)$$

پس در نمایش کراوس صدق می کند حال باید خاصیت رد نگهدار و یکانی بودن را بررسی کنیم، یعنی:

$$\begin{aligned} \sum_i K_i^\dagger K_i) &= \sum_i \langle\phi|U^\dagger(t,t_\circ)|e_i\rangle\langle e_i|U(t,t_\circ)|\phi\rangle \\ &= \langle\phi|U^\dagger(t,t_\circ)U(t,t_\circ)|\phi\rangle \end{aligned} \qquad (۱-۵)$$

که با در نظر گرفتن یکانی بودن ماتریس تحول $(U^\dagger(t,t_\circ)U(t,t_\circ) = I)$ برقرار خواهد بود.

۱-۲-۴ مفهوم کاملا مثبت نبودن NCP

اگر ماتریس تحول یافته تحت نگاشت دارای حداقل یک ویژه مقدار منفی شود به آن نگاشت نه کام اولیه باشند. یعنی: $(\rho_{SE}(t_\circ) \neq \rho_S(t_\circ)\otimes\rho_E(t_\circ))$