فهرست مطالب

فصل ۱

هندسه تحلیلی

۱.۱ فضای اقلیدسی

فرض کنید A یک ماتریس $n \times k$ و B یک ماتریس $m \times r$ باشد. در این صورت حاصلضرب کرونیکر A در B، یک ماتریس از مرتبه $nm \times kr$ است که با نماد $A \otimes B$ نشان می‌دهند و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A \otimes B = \begin{bmatrix} a_{11}B & \cdots & a_{1k}B \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1}B & \cdots & a_{nk}B \end{bmatrix}.$$

فرض کنید a یک بردار $n \times 1$ و b یک بردار $m \times 1$ باشند. حاصلضرب کرونیکر a در b یک بردار $nm \times 1$ است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$a \otimes b = [a_1 b, a_2 b, \ldots, a_n b].$$

فرض کنید a و b و c سه بردار دلخواه باشند. در این صورت روابط زیر برقرار است.

$$(a \mp b) \otimes c = a \otimes b \mp b \otimes c,$$

$$c \otimes (a \mp b) = c \otimes a \mp c \otimes b,$$

$$a \otimes (b \otimes c) = (a \otimes b) \otimes c,$$

$$a \otimes b = b \otimes a,$$

$$(a \otimes b)' = a' \otimes b'.$$

اگر A و B دو ماتریس وارون پذیر باشند حاصلضرب کرونیکر آنها نیز وارون پذیر است و داریم:

$$(A \otimes B)^{-۱} = A^{-۱} \otimes B^{-۱}. \qquad (۱.۱)$$

فرض کنید A یک ماتریس $n \times k$ و B یک ماتریس $m \times r$ باشد. در این صورت حاصلضرب کرونیکر A در B، یک ماتریس از مرتبه $nm \times kr$ است که با نماد $A \otimes B$ نشان می‌دهند و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A \otimes B = \begin{bmatrix} a_{۱۱}B & \cdots & a_{۱k}B \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n۱}B & \cdots & a_{nk}B \end{bmatrix}.$$

فرض کنید a یک بردار $n \times ۱$ و b یک بردار $m \times ۱$ باشند. حاصلضرب کرونیکر a در b یک بردار $nm \times ۱$ است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$a \otimes b = [a_۱ b, a_۲ b, \ldots, a_n b].$$

فرض کنید a و b و c سه بردار دلخواه باشند. در این صورت روابط زیر برقرار است.

$$(a \mp b) \otimes c = a \otimes b \mp b \otimes c,$$

$$c \otimes (a \mp b) = c \otimes a \mp c \otimes b,$$

$$a \otimes (b \otimes c) = (a \otimes b) \otimes c,$$

$$a \otimes b = b \otimes a,$$

$$(a \otimes b)' = a' \otimes b'.$$

اگر A و B دو ماتریس وارون پذیر باشند حاصلضرب کرونیکر آنها نیز وارون پذیر است و داریم:

$$(A \otimes B)^{-۱} = A^{-۱} \otimes B^{-۱}. \qquad (۲.۱)$$

فرض کنید A یک ماتریس $n \times k$ و B یک ماتریس $m \times r$ باشد. در این صورت حاصلضرب کرونیکر A در B، یک ماتریس از مرتبه $nm \times kr$ است که با نماد $A \otimes B$ نشان می‌دهند و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A \otimes B = \begin{bmatrix} a_{۱۱}B & \cdots & a_{۱k}B \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n۱}B & \cdots & a_{nk}B \end{bmatrix}.$$

فرض کنید a یک بردار $n \times 1$ و b یک بردار $m \times 1$ باشند. حاصلضرب کرونیکر a در b یک بردار $nm \times 1$ است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$a \otimes b = [a_1 b, a_2 b, \ldots, a_n b].$$

فرض کنید a و b و c سه بردار دلخواه باشند. در این صورت روابط زیر برقرار است.

$$(a \mp b) \otimes c = a \otimes b \mp b \otimes c,$$

$$c \otimes (a \mp b) = c \otimes a \mp c \otimes b,$$

$$a \otimes (b \otimes c) = (a \otimes b) \otimes c,$$

$$a \otimes b = b \otimes a,$$

$$(a \otimes b)' = a' \otimes b'.$$

اگر A و B دو ماتریس وارون پذیر[+] باشند حاصلضرب کرونیکر آنها نیز وارون پذیر است و داریم:

$$(A \otimes B)^{-1} = A^{-1} \otimes B^{-1}. \tag{۳.۱}$$

فرض کنید A یک ماتریس $n \times k$ و B یک ماتریس $m \times r$ باشد. در این صورت حاصلضرب کرونیکر A در B، یک ماتریس از مرتبه $nm \times kr$ است که با نماد $A \otimes B$ نشان می‌دهند و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A \otimes B = \begin{bmatrix} a_{11}B & \cdots & a_{1k}B \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1}B & \cdots & a_{nk}B \end{bmatrix}.$$

فرض کنید a یک بردار $n \times 1$ و b یک بردار $m \times 1$ باشند. حاصلضرب کرونیکر a در b یک بردار $nm \times 1$ است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$a \otimes b = [a_1 b, a_2 b, \ldots, a_n b].$$

فرض کنید a و b و c سه بردار دلخواه باشند. در این صورت روابط زیر برقرار است.

$$(a \mp b) \otimes c = a \otimes b \mp b \otimes c,$$

$$c \otimes (a \mp b) = c \otimes a \mp c \otimes b,$$

[+]ماتریس معکوس پذیر

$$a \otimes (b \otimes c) = (a \otimes b) \otimes c,$$

$$a \otimes b = b \otimes a,$$

$$(a \otimes b)' = a' \otimes b'.$$

اگر A و B دو ماتریس وارون پذیر باشند حاصلضرب کرونیکر آنها نیز وارون پذیر است و داریم:

$$(A \otimes B)^{-۱} = A^{-۱} \otimes B^{-۱}. \qquad (۴.۱)$$

فرض کنید A یک ماتریس $n \times k$ و B یک ماتریس $m \times r$ باشد. در این صورت حاصلضرب کرونیکر A در B، یک ماتریس از مرتبه $nm \times kr$ است که با نماد $A \otimes B$ نشان می‌دهند و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A \otimes B = \begin{bmatrix} a_{۱۱}B & \cdots & a_{۱k}B \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n۱}B & \cdots & a_{nk}B \end{bmatrix}.$$

فرض کنید a یک بردار $n \times ۱$ و b یک بردار $m \times ۱$ باشند. حاصلضرب کرونیکر a در b یک بردار $nm \times ۱$ است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$a \otimes b = [a_۱ b, a_۲ b, \ldots, a_n b].$$

فرض کنید a و b و c سه بردار دلخواه باشند. در این صورت روابط زیر برقرار است.

$$(a \mp b) \otimes c = a \otimes b \mp b \otimes c,$$

$$c \otimes (a \mp b) = c \otimes a \mp c \otimes b,$$

$$a \otimes (b \otimes c) = (a \otimes b) \otimes c,$$

$$a \otimes b = b \otimes a,$$

$$(a \otimes b)' = a' \otimes b'.$$

اگر A و B دو ماتریس وارون پذیر باشند حاصلضرب کرونیکر آنها نیز وارون پذیر است و داریم:

$$(A \otimes B)^{-۱} = A^{-۱} \otimes B^{-۱}. \qquad (۵.۱)$$

فرض کنید A یک ماتریس $n \times k$ و B یک ماتریس $m \times r$ باشد. در این صورت حاصلضرب کرونیکر A در B، یک ماتریس از مرتبه $nm \times kr$ است که با نماد $A \otimes B$ نشان می‌دهند و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A \otimes B = \begin{bmatrix} a_{۱۱}B & \cdots & a_{۱k}B \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n۱}B & \cdots & a_{nk}B \end{bmatrix}.$$

فرض کنید a یک بردار $n \times ۱$ و b یک بردار $m \times ۱$ باشند. حاصلضرب کرونیکر a در b یک بردار $nm \times ۱$ است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$a \otimes b = [a_۱ b, a_۲ b, \ldots, a_n b].$$

فرض کنید a و b و c سه بردار دلخواه باشند. در این صورت روابط زیر برقرار است.

$$(a \mp b) \otimes c = a \otimes b \mp b \otimes c,$$

$$c \otimes (a \mp b) = c \otimes a \mp c \otimes b,$$

$$a \otimes (b \otimes c) = (a \otimes b) \otimes c,$$

$$a \otimes b = b \otimes a,$$

$$(a \otimes b)' = a' \otimes b'.$$

اگر A و B دو ماتریس وارون پذیر باشند حاصلضرب کرونیکر آنها نیز وارون پذیر است و داریم:

$$(A \otimes B)^{-۱} = A^{-۱} \otimes B^{-۱}. \qquad (۶.۱)$$

فرض کنید A یک ماتریس $n \times k$ و B یک ماتریس $m \times r$ باشد. در این صورت حاصلضرب کرونیکر A در B، یک ماتریس از مرتبه $nm \times kr$ است که با نماد $A \otimes B$ نشان می‌دهند و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A \otimes B = \begin{bmatrix} a_{۱۱}B & \cdots & a_{۱k}B \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n۱}B & \cdots & a_{nk}B \end{bmatrix}.$$

فرض کنید a یک بردار $n \times ۱$ و b یک بردار $m \times ۱$ باشند. حاصلضرب کرونیکر a در b یک بردار $nm \times ۱$ است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$a \otimes b = [a_۱ b, a_۲ b, \ldots, a_n b].$$

فرض کنید a و b و c سه بردار دلخواه باشند. در این صورت روابط زیر برقرار است.

$$(a \mp b) \otimes c = a \otimes b \mp b \otimes c,$$

$$c \otimes (a \mp b) = c \otimes a \mp c \otimes b,$$

$$a \otimes (b \otimes c) = (a \otimes b) \otimes c,$$

$$a \otimes b = b \otimes a,$$

$$(a \otimes b)' = a' \otimes b'.$$

اگر A و B دو ماتریس وارون پذیر باشند حاصلضرب کرونیکر آنها نیز وارون پذیر است و داریم:

$$(A \otimes B)^{-۱} = A^{-۱} \otimes B^{-۱}. \qquad (۷.۱)$$

فرض کنید A یک ماتریس $n \times k$ و B یک ماتریس $m \times r$ باشد. در این صورت حاصلضرب کرونیکر A در B، یک ماتریس از مرتبه $nm \times kr$ است که با نماد $A \otimes B$ نشان می‌دهند و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A \otimes B = \begin{bmatrix} a_{۱۱}B & \cdots & a_{۱k}B \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n۱}B & \cdots & a_{nk}B \end{bmatrix}.$$

فرض کنید a یک بردار $n \times ۱$ و b یک بردار $m \times ۱$ باشند. حاصلضرب کرونیکر a در b یک بردار $nm \times ۱$ است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$a \otimes b = [a_۱ b, a_۲ b, \ldots, a_n b].$$

فرض کنید a و b و c سه بردار دلخواه باشند. در این صورت روابط زیر برقرار است.

$$(a \mp b) \otimes c = a \otimes b \mp b \otimes c,$$

$$c \otimes (a \mp b) = c \otimes a \mp c \otimes b,$$

$$a \otimes (b \otimes c) = (a \otimes b) \otimes c,$$

$$a \otimes b = b \otimes a,$$

$$(a \otimes b)' = a' \otimes b'.$$