

مقدمه

چه موقع یک گروه پاراتوپولوژیک گروه توپولوژیک است؟ طبق قضیه معروف الیس^۱ (سال ۱۹۵۷) می دانیم هر گروه نیم توپولوژیک هاسدورف موضعا فشرده، یک گروه توپولوژیک است. اخیرا بوزیاد^۲ این قضیه را به فضاهای فشرده چخ^۳ گسترش داد است. و نتایج بسیاری از آن بدست آورده است.

زلازکو^۴ سال (۱۹۶۰) نشان داد هر گروه پارا توپولوژیک متریک پذیر یک گروه توپولوژیک است. در سال ۱۹۸۲ برند^۵ یافته های زلازکو و الیس را تعمیم داد و اثبات کرد که هر گروه پاراتوپولوژیک یک گروه توپولوژیک فشرده چخ است. سه سال بعد اثبات جدید و کوتاهتری از این قضیه ارائه شد. با توجه به این مطلب فیستر^۶ در سال (۱۹۸۵) پرسید:

آیا هر گروه فشرده چخ نیم توپولوژیک یک گروه پارا توپولوژیک است؟ و از این رو بنا بر قضیه برند یک گروه توپولوژیک است؟

در فصل اول این پایان نامه، قضایا و تعاریف مقدماتی را می آوریم و در فصل دوم، ثابت می کنیم که هر گروه پاراتوپولوژیک هاسدورف متریک پذیر با ویژگی بئر یک گروه توپولوژیک است. این تعمیم یافته قضیه کلاسیک مونتهگومری^۷ است. همچنین در این پایان نامه دو حکم جدید را که بوزیاد ثابت کرده می آوریم.

۱- اگر گروه پاراتوپولوژیک G پیش تصویری از یک گروه توپولوژیک تحت همریختی کامل باشد آنگاه G نیز گروه توپولوژیک است.

۲- اگر گروه پاراتوپولوژیک H تصویری از گروه توپولوژیک کلا کراندار G تحت همریختی پیوسته باشد، آنگاه H نیز گروه توپولوژیک است.

همچنین ثابت می کنیم اگر یک گروه نیم توپولوژیک شمارای نوع اول G یک زیر

^۱ Ellis

^۲ A. Bouziad

^۳ Čech-complete

^۴ W. Żelazko

^۵ N. Brand

^۶ H. Pfister

^۷ Montgomery

مجموعه چگال G_δ از یک فشرده سازی هاسدورف G باشد، آنگاه G یک گروه توپولوژیک متریک پذیر با یک متر کامل است. در فصل سوم رابطه جدید معینی بین پایایی توابع کاردینالی در گروههای پاراتوپولوژیک اثبات می کنیم. در حقیقت نشان می دهیم که اگر G یک گروه دو دنباله ای پاراتوپولوژیک باشد به طوریکه $G \times G$ لیند洛夫 باشد آنگاه G شبکه ی شمارا دارد. این موضوع روشن می کند که چرا مربع خط سورجنفری نرمال نیست.

نمایه

ا	الیس، ۱	ه	هاسدورف، ۲
ب	بئر، ۱		همریختی کامل، ۱
پ	پارا توپولوژیک، ۱	Č	۱ -
پ	پاراتوپولوژیک، ۱	Ž	۱ -
ت	توابع کاردینالی، ۲		
خ	خط سورجنفری، ۲		
د	دودنباله ای، ۲		
ش	شمارای نوع اول، ۱		
ف	فشرده چخ، ۱		
گ	گروه توپولوژیک، ۱		
ل	لیند洛夫، ۲		
م	مونتگومری، ۱		
ن	نرمال، ۲		